

基于单元数据重组的 串联系统可靠性评估方法

**Series system reliability estimation method
based on element data reconfiguration**

谢里阳

东北大学

2023年2月19日

概要 OUTLINE

- 针对多层次串联系统的可靠性评估，根据系统寿命与其构成单元寿命之间的逻辑关系及概率统计特性，借助Monte Carlo随机抽样技术，重新组合单元寿命试验样本，获得等效的系统寿命样本。

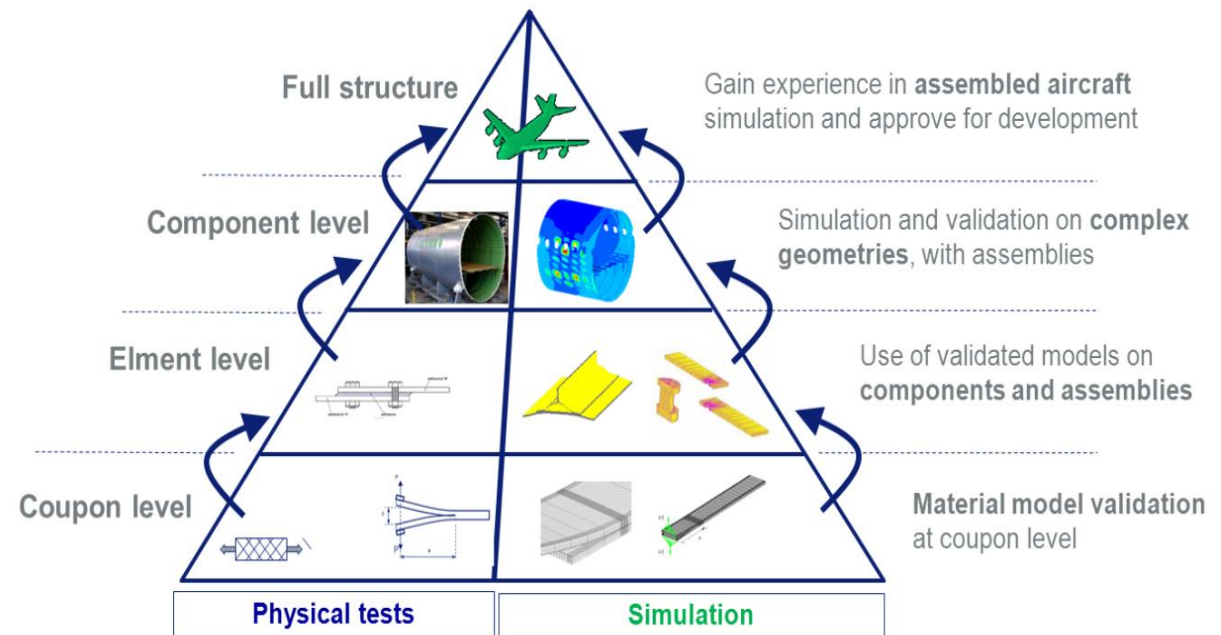
——将单元寿命试验数据**重组**、转换为**等效**的系统寿命试验数据。

- For system reliability estimation, convert unit life data into system life data by means of Monte Carlo sampling, based on the relationship between system failure and unit failures.

概要 OUTLINE

- 直接应用试验数据进行系统可靠性估计，避免传统做法“先估计单元可靠度，再根据串联系统模型计算系统可靠度”导致的单元可靠度估计误差放大，实现更高的可靠性评估精度。
- Avoid unit reliability error enlarge through the conventional series system reliability model.

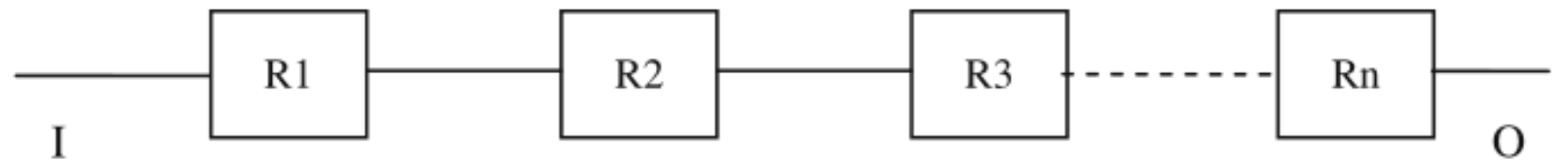
- 复杂装备及系统造价昂贵，系统级可靠性试验成本高、难以实施。
- 上世纪五十年代提出“金字塔式”试验。
- ——做大量材料级模拟件试验，少量零部件、子系统试验和极少量整机试验。
- Pyramid test – A few system-level test + a large amount of component test.



如何充分、有效利用这样的多层次数据对系统可靠性进行准确评估（金字塔式综合），仍然是一个尚未解决好的问题。

- 串联系统可靠性综合通常是以乘积模型为基础的：
- System reliability is calculated by means of series system reliability model:

$$\hat{R}_s = \prod_{i=1}^m (n_j - r_j) / n_j$$



- 高可靠性、长寿命复杂机械系统、子系统、部件的试验数据都有限，现有的各种统计方法在小样本情况下误差都很大：
- Owing to small sample size, estimated unit reliability contains large error.
- Bayes方法的最大的难点是先验分布的选择——较小的样本量无力矫正不合理的先验分布。
- 基于多源信息融合的可靠性评估方法希望充分利用各种对可靠性评估有益的信息来弥补小样本数据的不足，然而多源信息的可信度、交叉性、异总体性使得利用这些信息进行定量评估时结果难以令人信服。
- Either Bayes method or multi-source information fusion does not work well.

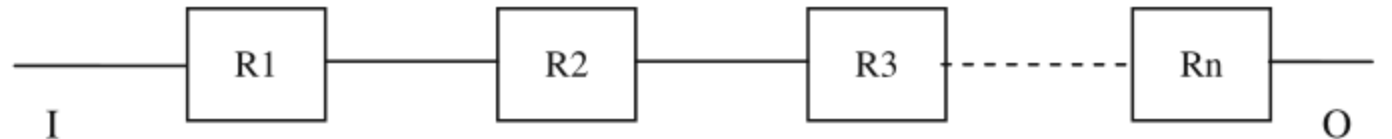
- 机械装备多为串联系统，最常用的可靠性评估方法是应用乘积模型（系统可靠度等于各单元可靠度的乘积）根据单元可靠度计算系统可靠度。

- Series system reliability model:

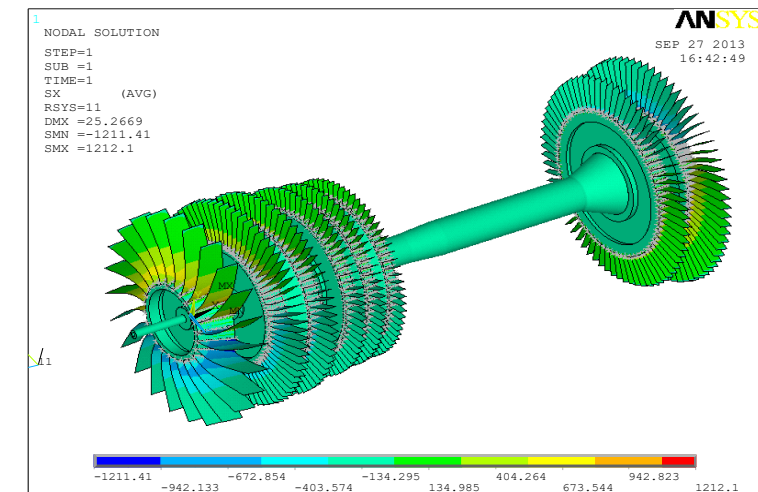
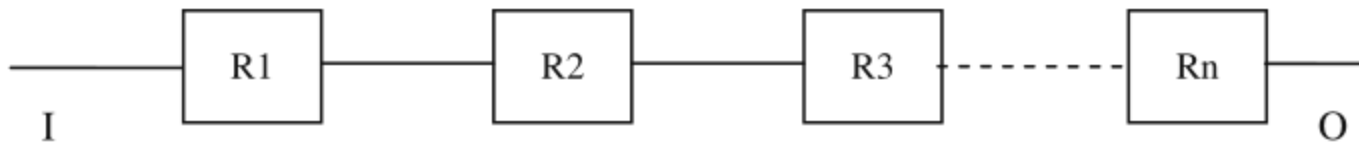
$$R_S = \prod_{i=1}^m R_i$$

- 串联系统可靠性模型的一个显著缺点是单元可靠度误差以乘积的方式向系统可靠度评估结果放大。

- Using such a model, unit reliability errors will be accumulated into system reliability error.



- 针对发动机**轴系-轮盘-叶片**或**齿轮箱-轴系-齿轮-轮齿**这类多层次串联系统的可靠性评估问题，根据系统寿命与其构成单元寿命之间的概率逻辑关系，采用Monte Carlo方法从各单元寿命试验样本中随机抽样，获得等效的系统寿命样本（将单元寿命试验样本重组、转换成系统寿命试验样本）。
- 避免应用串联系统模型导致的单元误差放大、避免了传统系统可靠性综合方法存在的误差累积，以实现更高的评估精度。
- Convert unit life data into equivalent system life
- data, prevent unit reliability error to enlarge.



1. 系统可靠性评估过程中误差传播

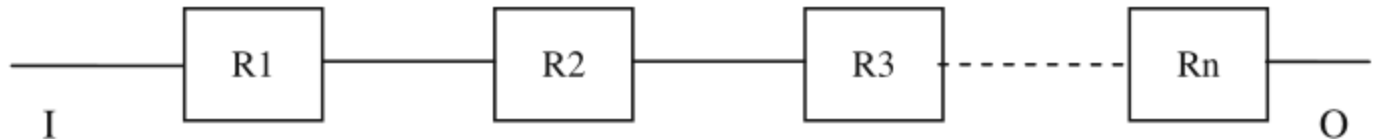
Error propagation

- 串联系统可靠性模型是根据零部件可靠度计算系统可靠度： $R_S = \prod R_i$
- 该模型在数学意义上是严谨的，然而工程实际问题中误差无处不在，这样的模型自然会将单元可靠度指标中的误差以乘积的方式扩大，导致系统可靠度估计精度较差。
- Unit reliability error will enlarge through series system reliability model.

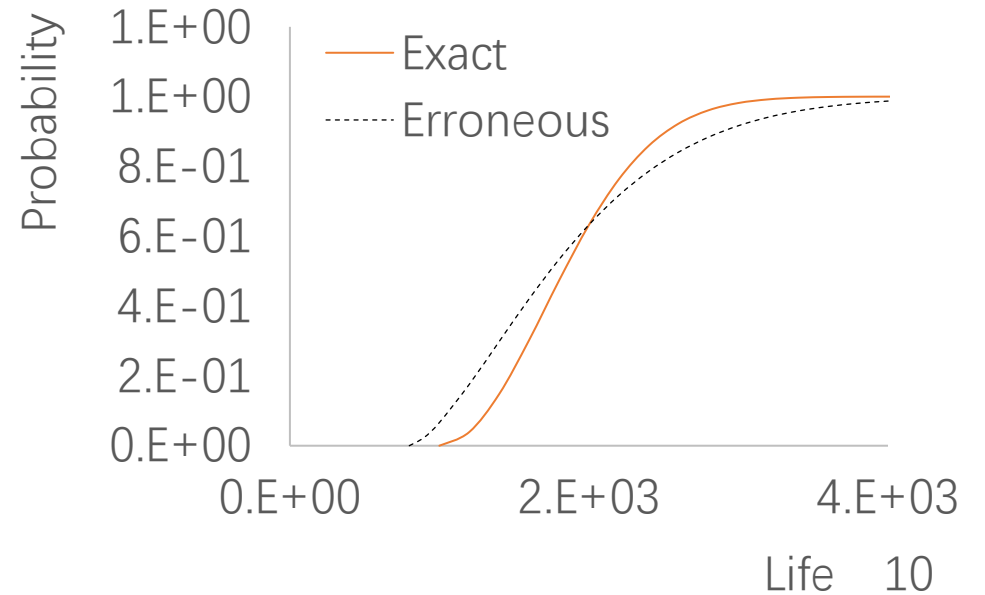
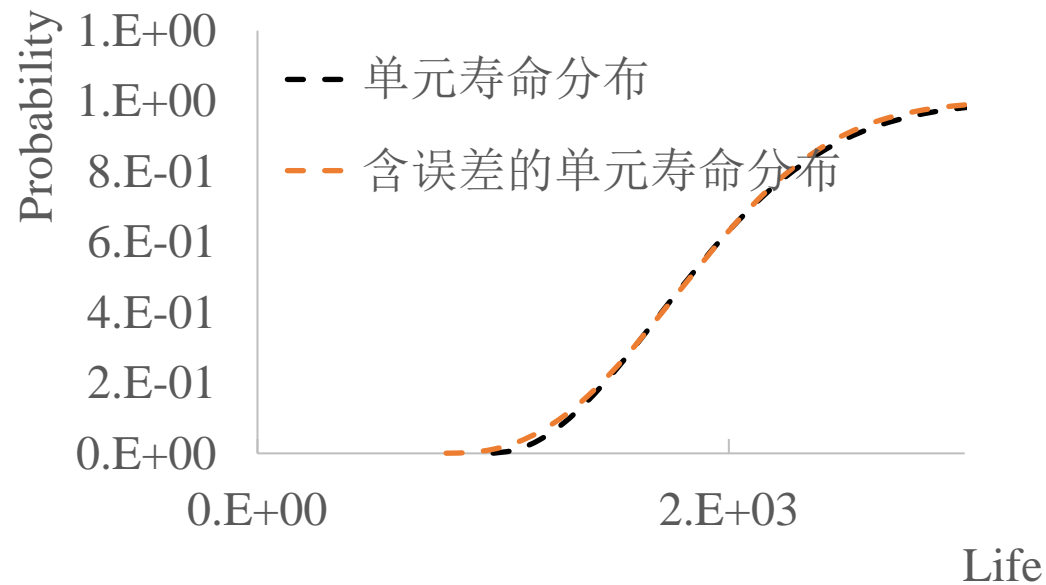
1. 系统可靠性评估过程中误差传播

- 在难以直接获得系统寿命数据的场合，只能根据零部件寿命数据估计系统寿命及可靠性。
- 然而，可以有不同的做法。从所能得到的数据到需要得出的结果，中间环节越多、误差越大。
- **抑制误差传播、避免误差放大，是系统可靠性评估需要重点关注的问题。**
- **Preventing unit reliability error propagation and expansion is significant for system reliability estimation, in condition of only small sample of unit life data are available.**

- System reliability $R_s(t)$ – unit reliability $R(t)$:
- 以由n个相同单元构成的串联系统为例。例如，由n个相同的叶片构成的叶片组，容易推导出系统可靠度与单元可靠度之间的关系。
- 若叶片的寿命概率密度函数为三参数Weibull分布为 $W(\beta, \eta, \gamma)$ ，对应于寿命 t 的可靠度为 $R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$ ，则由n个单元构成的串联系统的寿命概率密度函数为 $W(\beta, \eta/n^{1/\beta}, \gamma)$ ，可靠度为 $R_s(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \times e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \times \dots \times e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} = e^{-n\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$ 。
- 据此，可以分析、展示单元寿命概率分布参数估计误差对单元可靠度和系统可靠度估计结果的影响。



- 以单元的准确寿命分布为 $W(2.0, 1000, 1000)$ 为例，假设根据小样本估计出的、含误差的单元寿命分布为 $W(2.0, 800, 1200)$ 或 $W(1.5, 800, 1200)$ 。
- 图1所示为正确的单元寿命概率分布密度函数与含误差的单元寿命概率分布密度函数比较。



- True unit life cdf (red solid) and erroneous unit life cdf' s (block dotted)

图2为根据正确的单元寿命概率分布密度函数，应用串联系统可靠性模型计算出来的由10个单元构成的串联系统的寿命概率密度函数；以及根据含误差的单元寿命概率分布密度函数，应用串联系统可靠性模型计算出来的由10个单元构成的串联系统的寿命概率密度函数。 Unit cdf' s and system cdf' s calculated by series system model.

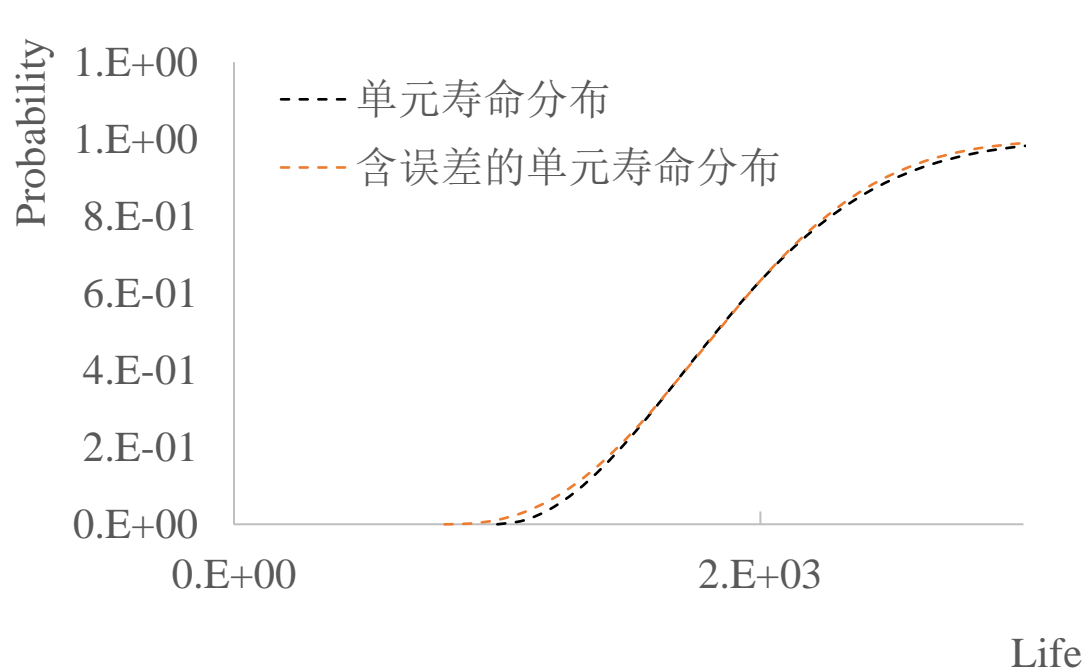


Fig.1 Unit life cdf' s

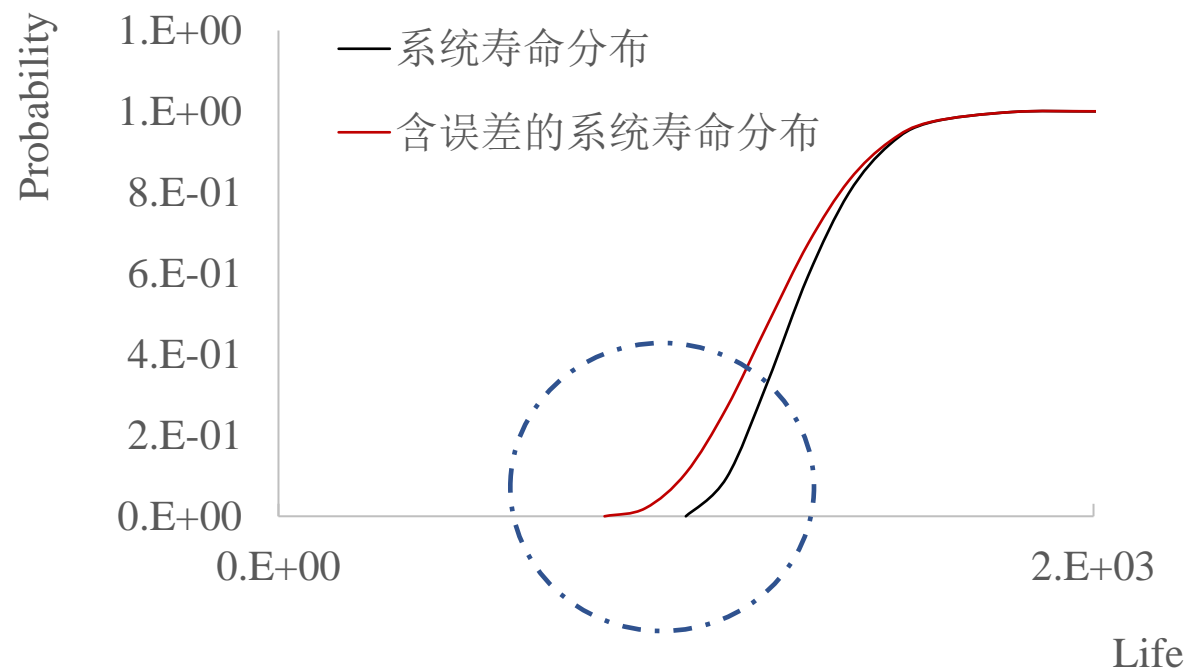


Fig.2 System life cdf' s (black-true; red-erroneous)

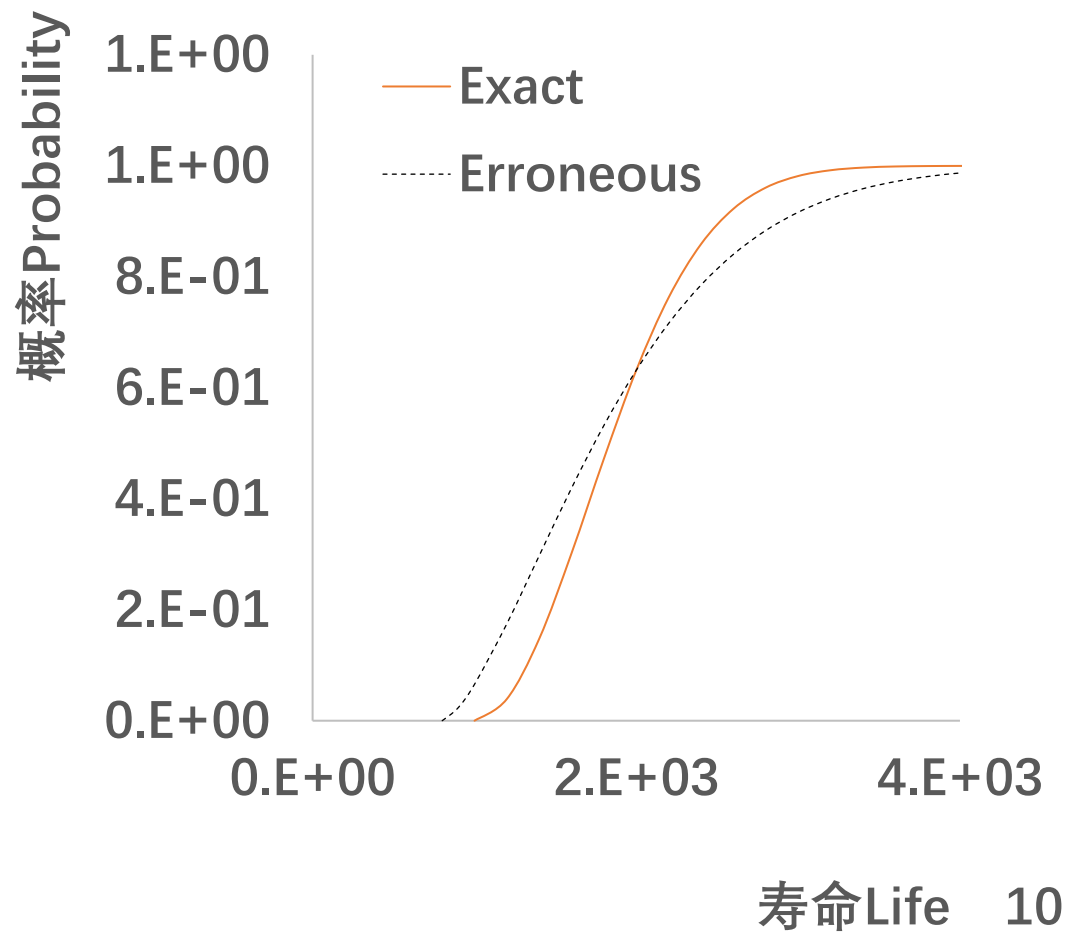


Fig.3 Unit life cdf' s

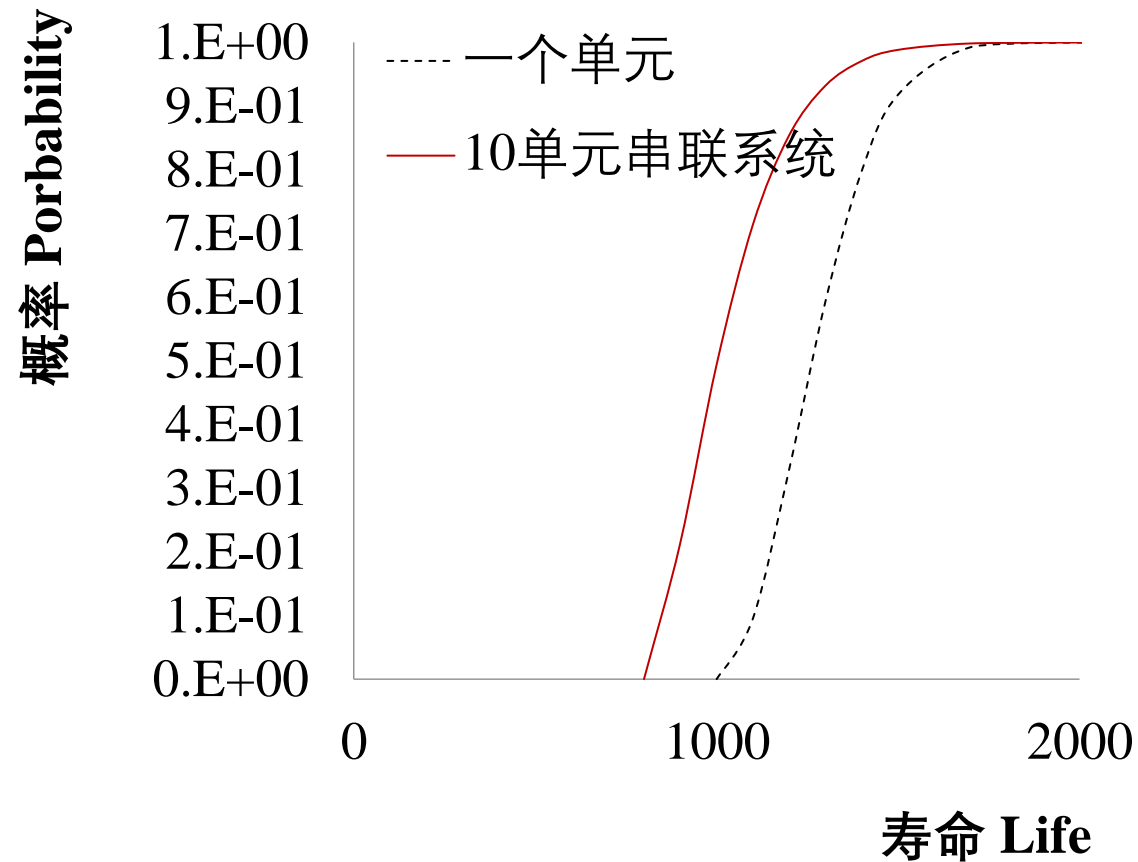


Fig.4 System life cdf' s (red-true; black-erroneous)

2. 部件-系统之间的寿命信息传递与样本重构 Unit-system life data transforming and reconfiguration

- 根据单元寿命数据估计系统可靠性的常规做法：
 1. 根据单元寿命数据估计单元可靠度 (统计分析)
 2. 根据系统可靠性模型由单元可靠度计算系统可靠度 (系统可靠性模型)

——单元可靠度误差放大。

Conventional way to estimate system reliability:

1. Estimate unit reliability according life data
2. Calculate system reliability by means of system reliability model – Error enlarging

2. 部件-系统之间的寿命信息传递与样本重构 Unit-system life data transforming and reconfiguration

- 若能直接根据系统寿命数据估计系统可靠度，就可以避免这种误差放大现象。但直接进行系统寿命试验困难大、成本高。
- 寻求可能的**替代方法**——**单元寿命数据统计重构方法**。
- Estimating system reliability based on equivalent system life data obtained by means of unit life data reconfiguration.

2. 部件-组件-系统之间的寿命信息传递与样本重构

- 原理：串联系统寿命随机变量等于构成系统的全部单元寿命随机变量的**最小顺序统计量**。
- Principle: Series system life = Minimum statistic of unit lives
- “串联系统的寿命等于其最薄弱环节的寿命”：
单元试验得到的单元寿命数据 \Rightarrow 系统的“映像寿命试验数据”
——低层级寿命数据所携带的信息向高层级**映射**，不同层级间**寿命数据转换**。
- Convert unit life sample into equivalent system life sample.

- 将单独进行的单元寿命试验**样本重构**，成为串联系统的**映像寿命试验样本**，并据此直接估计系统可靠度，避免单元可靠度误差传播、放大：
- 对于一个含有m个单元（叶片）的系统（叶片组），若通过单元级试验获得了m个叶片寿命数据 $t_{e1}, t_{e2}, \dots, t_{em}$ ，在寿命数据的层面上看，相当于进行了一个含m个单元的系统（叶片组）的试验（若叶片组试验到全部单元失效，同样可以得到这m个叶片寿命数据 $t_{e1}, t_{e2}, \dots, t_{em}$ ）。
- 根据m个叶片试验寿命数据可以得到一个系统寿命试验结果 $t_S = \text{Min}\{t_{e1}, t_{e2}, \dots, t_{em}\}$ 。
- Reconfigure unit life sample into system life sample:
- $t_{e1}, t_{e2}, \dots, t_{em} \Rightarrow t_S = \text{Min}\{t_{e1}, t_{e2}, \dots, t_{em}\}$

- 根据“同层级单元失效竞争原理”，从单元寿命数据中得出系统寿命数据，实现系统寿命概率分布的直接统计拟合，避免从单元寿命概率分布拟合误差向系统寿命概率分布估计结果的传播。
- 若系统由3个单元 a、b 和 c 构成，分别对各单元进行寿命试验，各单元的寿命样本分别为 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ 、 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 和 $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)$ 。
- 将这3个样本中的观测值随机地各取一个进行组合，可形成5个等效系统寿命样本映像 (a_i, b_j, c_k) ($i, j, k=1\sim 5$)，分别取这5个映像样本中的最小观测值，就得到了由5个观测值构成的一个系统寿命样本： $t_{s_l} = \text{Min}\{a_i, b_j, c_k\}$ ($l=1, 2, 3, 4, 5$)。
- 应用这5个系统寿命数据 $(t_{s1}, t_{s2}, t_{s3}, t_{s4}, t_{s5})$ ，直接估计出系统的寿命概率分布。
- Unit life data: $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ 、 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ and $(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5)$
- Equivalent system data: $(t_{s1}, t_{s2}, t_{s3}, t_{s4}, t_{s5})$
- $t_{s_l} = \text{Min}\{a_i, b_j, c_k\}$ ($l=1, 2, 3, 4, 5$)

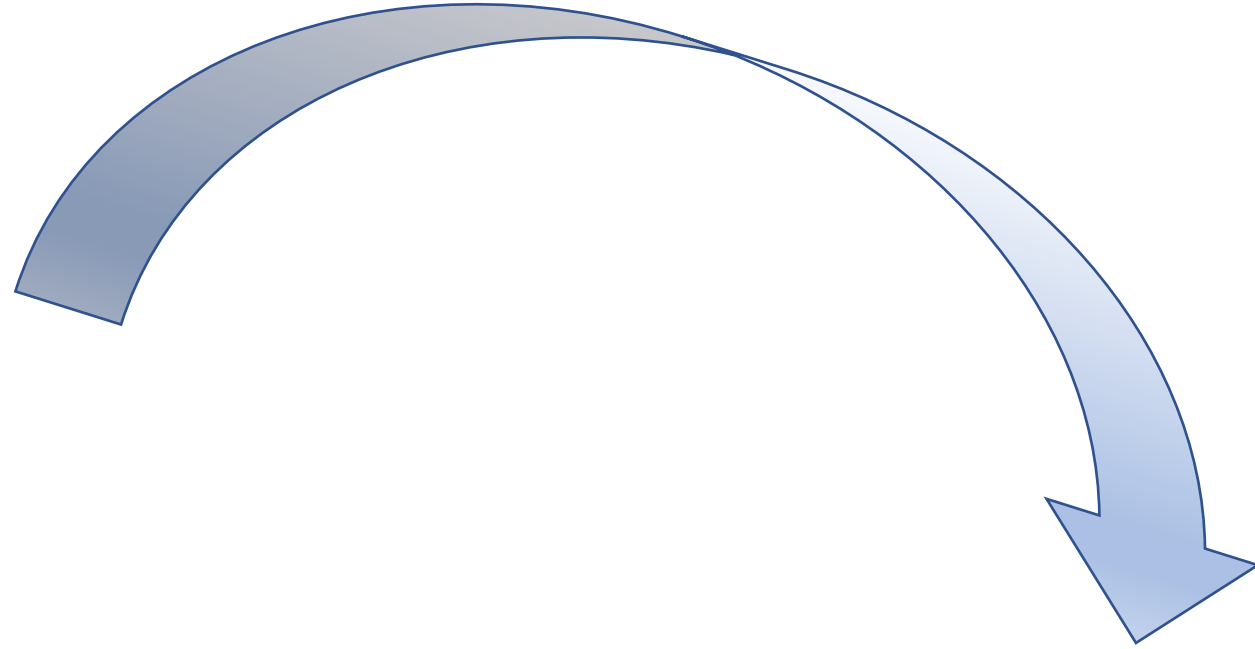
- 将从单元寿命数据重组，得到等效的系统寿命样本，直接进行系统概率寿命与可靠性评估，避免了单元可靠度误差通过系统可靠性模型以乘积的方式放大。
- 这种方法能够阻断传统方法中存在的误差传播路线，能够显著提高基于小样本的系统可靠性评估精度。
- Estimate system reliability according to $(t_{s1}, t_{s2}, t_{s3}, t_{s4}, t_{s5})$, avoiding unit reliability errors propagation.

3. 举例 Example

- 由10个叶片构成的串联系统。叶片寿命服从三参数Weibull分布 $W(3, 1000, 500)$ 。
- 对每个叶片进行样本量为7的寿命试验，获得样本如下：
- A system consist of 10 units, each unit has a life sample of size seven.

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	S
➔	3782.7	1832	2036	2037	1881	2823	2592	2397	2953	1588	1588
➔	1644.9	802.6	2820	640	1067	1683	645	2111	1969	1070	640
➔	1323.3	3393	2003	1573	1572	3571	881.6	2554	2036	2731	881.6
➔	2723.9	4225	1651	2968	3035	2400	2029	1253	2069	3797	1253
➔	941.97	2341	798.3	2428	861.4	689	1474	2027	1293	1822	689
➔	1081	3694	1203	3405	2383	1767	892.4	4694	1840	2736	892.4
➔	2213.2	2078	1482	1245	2637	1772	2986	2493	2003	2242	1245

E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10
3782.7	1832	2036	2037	1881	2823	2592	2397	2953	1588
1644.9	802.6	2820	640	1067	1683	645	2111	1969	1070
1323.3	3393	2003	1573	1572	3571	881.6	2554	2036	2731
2723.9	4225	1651	2968	3035	2400	2029	1253	2069	3797
941.97	2341	798.3	2428	861.4	689	1474	2027	1293	1822
1081	3694	1203	3405	2383	1767	892.4	4694	1840	2736
2213.2	2078	1482	1245	2637	1772	2986	2493	2003	2242



$$\hat{R}_i = (n_i - r_i) / n_i$$

$$R_S = \prod_{i=1}^m R_i$$

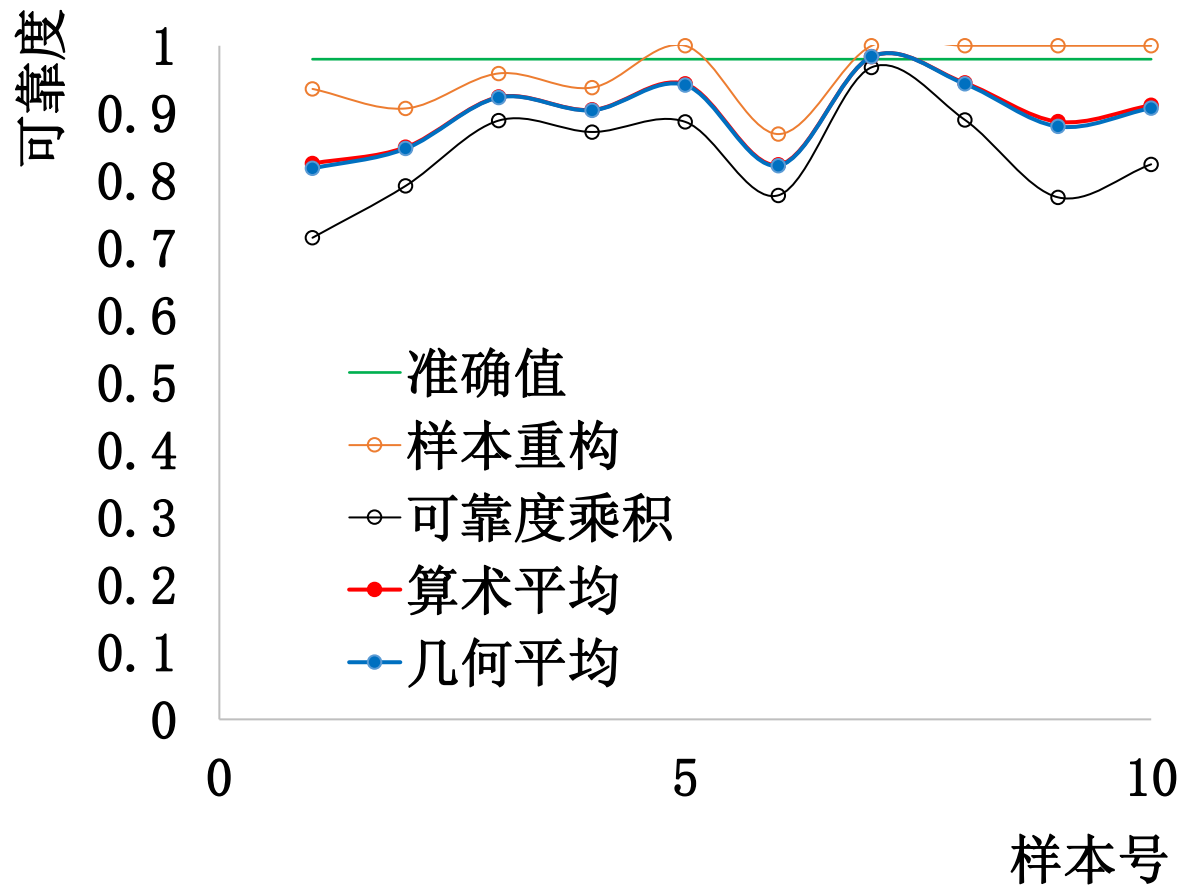
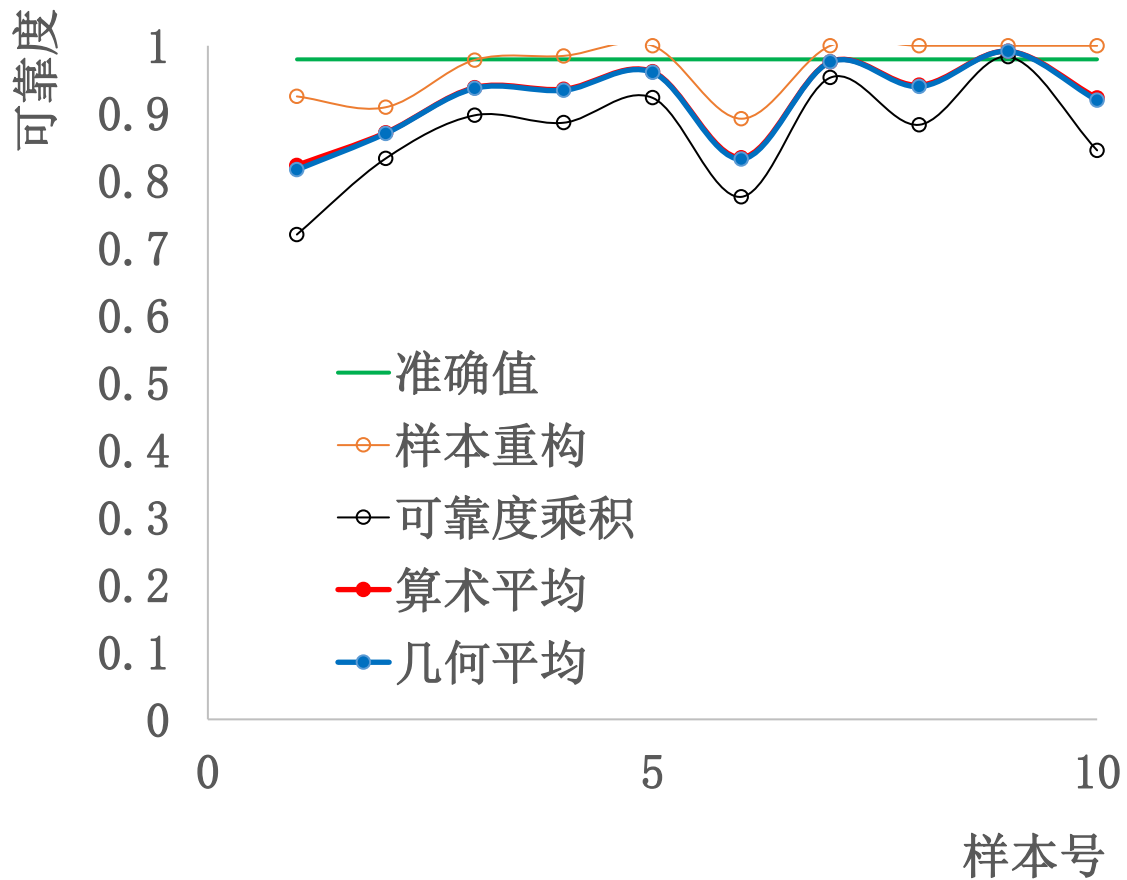
$$\hat{R}_S = (n_S - r_S) / n_S$$

S
1588
640
881.6
1253
689
892.4
1245

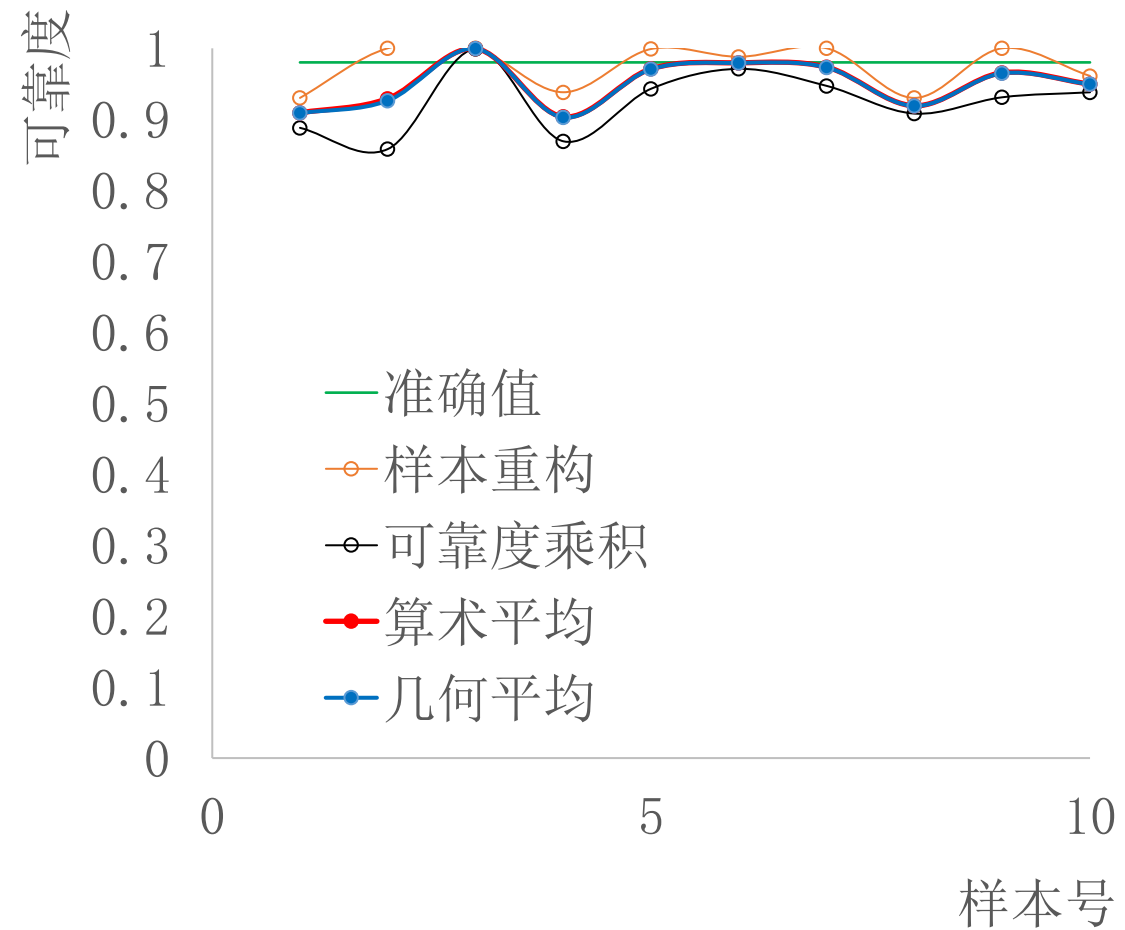
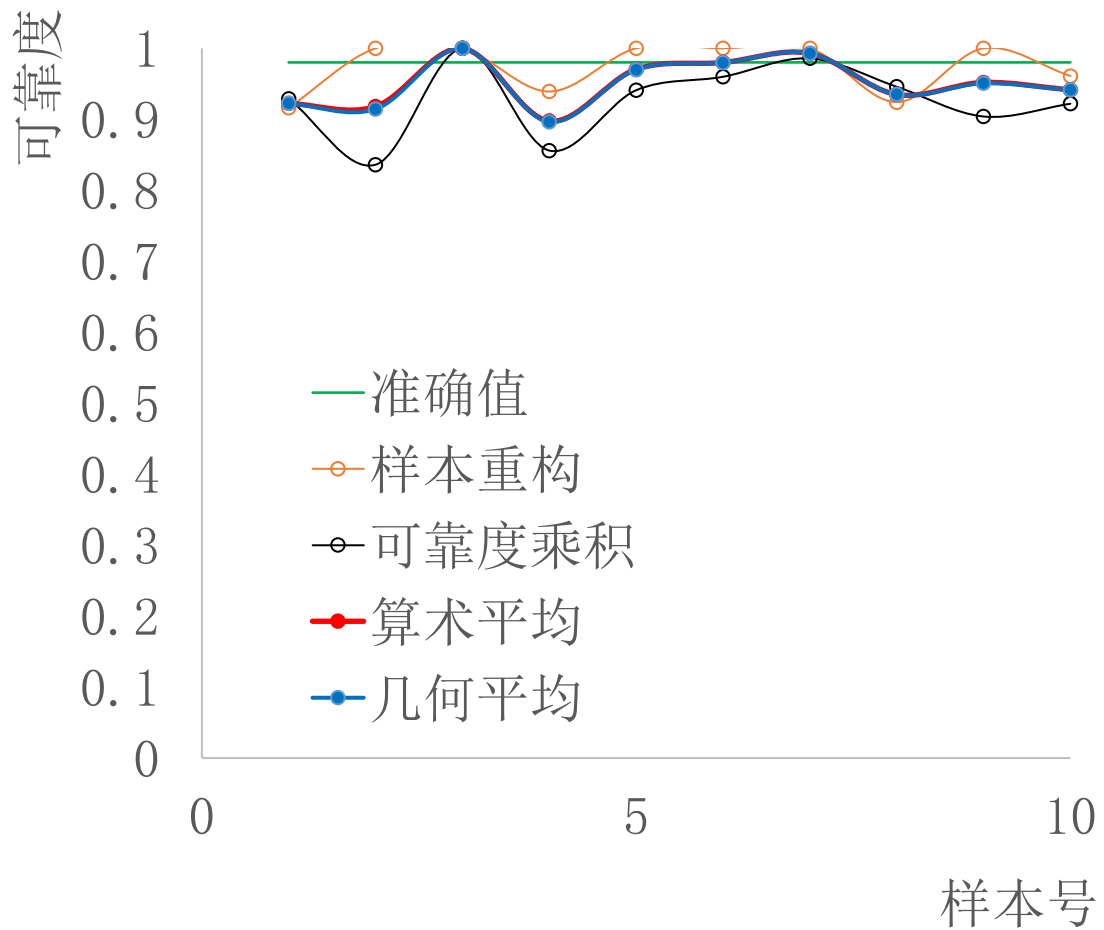
结果如何？

How about the result?

N=7



N=15



总结

- 对于与概率统计有关的问题，例如系统可靠性评估，完美的数学模型未必能很好地解决工程实际问题，尤其是在小样本场合。
- 数学模型，本质上是从自变量到因变量的映射，其“完美”是以自变量无误差为条件的。而工程实际中需要通过样本数据统计确定的参量必然存在误差。因此，完美的模型未必能给出完美的结果。
- 因此，不单纯依赖数学模型、不简单应用数学模型、更多地依赖底层数据，可以减小系统可靠性评估误差：
- ——基于系统不同层级间寿命信息传递和单元样本重构的系统可靠性评估方法。

Conclusions

- Perfect mathematical model does not necessarily bring about perfect result, such as for the series system reliability model to estimate system reliability according to unit reliabilities.
- Does not exclusively rely on mathematical model, does not simply apply series system reliability model.
- Estimating system reliability based on equivalent system life data (reconfigured unit life data), error propagation and accumulation from unit to system can be prevented.

谢谢!
Thanks!